Universität Konstanz

Modulhandbuch Mathematik Master of Science (M.Sc.)

Fachbereich Mathematik und Statistik

Stand Januar 2024

Ansprechpartner:
Dr. Jan-Hendrik Treude
Fachbereich Mathematik und Statistik
Telefon: 07531/88-2417
E-Mail: jan-hendrik.treude@uni-konstanz.de
– math.uni.kn

Inhaltsverzeichnis

1 Qualifikationsziele

Das Mathematikstudium ist eine wissenschaftliche Ausbildung, die die Grundlage für eine spätere Berufstätigkeit in vielfältigen Zweigen der Wirtschaft, Industrie oder Forschung bildet. Das Hauptaugenmerk dieser Ausbildung dient dem Erlernen mathematischer Theorien und Methoden, der praktischen Umsetzung und Anwendung dieser Methoden sowie der Fähigkeit, dieses Wissen zu kommunizieren. Neben der Vermittlung von speziellem mathematischem Wissen werden dabei spezifische Denk- und Arbeitsformen erworben, die sich durch Abstraktionsvermögen, Rigorosität, Kreativität und Hartnäckigkeit auszeichnen. Da diese Fähigkeiten in weiten Bereichen von Industrie und Wirtschaft sowie an Schulen und Hochschulen gefragt sind und darüber hinaus von gesellschaftlicher Relevanz sind, stellen sie ein wichtiges Ziel dar, das auf dem Weg der Beschäftigung mit Mathematik automatisch vermittelt wird. Durch die intensive aktive Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erfahren die Studierenden eine Flexibilität und Offenheit des Denkens, gepaart mit Strenge und Selbstkritik, die auch auf andere Bereiche des professionellen und öffentlichen Lebens ausdehnbar ist. Durch den aktiven Erwerb fundierter mathematischer Erkenntnisse erhalten die Studierenden die Befähigung zum Erkennen von Analogien und Grundmustern sowie die Fähigkeit zum Erkennen, Formulieren und Lösen von komplexen Problemen. Sie üben das konzeptionelle, analytische und logische Denken ein und entwickeln Lernstrategien für lebenslanges Lernen. Der konsekutive Masterstudiengang Mathematik hat das Ziel einer Erweiterung der mathematischen Grundkenntnisse sowie einer Vertiefung, die bis zum Kontakt mit aktueller Forschung in einem der in Konstanz vorhandenen Schwerpunkte (siehe unten) reicht. Absolventen der Master-Studiengänge sind in der Lage, mathematische Methoden und Modelle anzuwenden und selbstständig weiterzuentwickeln. Durch die Anfertigung der Master-Arbeit werden in sehr großem Maße die Fähigkeiten zur selbst-ständigen wissenschaftlichen Arbeit, zur Problemanalyse und -lösung und auch zur Organisation von Arbeit gestärkt. Das erfolgreich abgeschlossene konsekutive Bachelor-Master-Studium soll unter anderem befähigen

- zu eigenverantwortlicher mathematischer Tätigkeit in Industrie und Wirtschaft,
- zur Leitung von Projekten, in denen es um Analysieren, Modellieren und Lösen von wissenschaftlichen, wirtschaftlichen oder technischen komplexen Problemen geht,
- zu Planungs-, Entwicklungs- und Forschungsaufgaben in wissenschaftlichen und öffentlichen Institutionen,
- zur Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent oder wissenschaftlicher Mitarbeiter an einer Universität und
- zu einem Promotionsstudium.

2 Analysis und Numerik

Hauptmodul: Theorie partieller Differentialgleichungen II

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul im Gebiet “Analysis und Numerik”

Lernziele:
- Vertiefung vorhandener Grundkenntnisse zu Partiellen Differentialgleichungen
- Grundlage für eine Spezialisierung im Bereich Partielle Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden
- kennen und verstehen ausgewählte, fortgeschrittene Themen samt Begriffen, Aussagen und Methoden aus dem Bereich Partielle Differentialgleichungen,
- verstehen die Besonderheiten einzelner Typen und können Methoden der Funktionalanalysis auf spezielle Typen anwenden,
- sind in der Lage, verschiedenste Typen Partieller Differentialgleichungen mathematisch selbständig zu analysieren.

Theorie partieller Differentialgleichungen II

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Erstes Semester Master	Wintersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Grundkenntnisse in partiellen Differentialgleichungen und Funktionalanalysis, z.B. im Umfang des Theorieteils der Veranstaltung Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen sowie der Veranstaltung Funktionalanalysis aus dem Bachelorstudiengang

Lehrinhalte: Aufbauend auf Grundlagenkenntnissen in Partiellen Differentialgleichungen werden ausgewählte Themen behandelt, beispielsweise Wellengleichungen, elliptische Operatoren, variationelle Evolutionsgleichungen, Erhaltungsgleichungen, gekoppelte Systeme oder Halbgruppen, elliptische/parabolische Regularitätstheorien, Eigenfunktionen, Maximumprinzipien mit Anwendungen

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Prüfungsvorbereitung

Hauptmodul: Numerik partieller Differentialgleichungen II

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul in Vertiefungsrichtung “Analysis und Numerik” oder Wahlmodul

Lernziele: Die Vorlesung vermittelt einen vertieften Einblick in numerische Näherungsverfahren für partielle Differentialgleichungen, wobei die Finite Elemente Methode im Mittelpunkt steht. Außerdem werden moderne Methoden aus dem Bereich der numerischen linearen Algebra vermittelt. Im Bereich der Programmierung geht es um die strukturierte Implementierung umfangreicher Projekte.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen die Grundidee der finiten Elemente Methode (FEM), können schwache Formulierungen herleiten und die endlichdimensionalen Darstellungen angeben. Sie verfügen über Wissen zu Fehler-abschätzungen gängiger finiter Elemente,
- sind in der Lage, die Konstruktion endlichdimensionaler Ansatzräume zu erklären und die Herleitung von apriori und aposteriori Fehlerabschätzungen nachzuvollziehen,
- können FEM Algorithmen auf einfachen Gebieten selbständig entwickeln, ausgehend von der Gittergenerierung, über die Matrixassemblierung, der Lösung der Gleichungssysteme bis zur grafischen Lösungsdarstellung,
- können darüber hinaus selbstgeschriebene Algorithmen anhand von Spezialfällen mit bekannten Lösungen analysieren und mögliche Programmierfehler erkennen und beseitigen,
- sind in der Lage, klassische partielle Differentialgleichungsprobleme mithilfe von FEM-Programmpaketen zu diskretisieren und zu lösen,
- können die Qualität von FEM-Rechnungen beurteilen und die Auswirkung unterschiedlicher Triangulierungen auf das Endergebnis abschätzen.

Numerik partieller Differentialgleichungen II

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Zweites Semester Master	ca. alle zwei Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Grundkenntnisse in Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen und Funktionalanalysis, z.B. im Umfang der Veranstaltungen Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen sowie Funktionalanalysis aus dem Bachelorstudiengang

Lehrinhalte:

- Finite Elemente Methode (FEM) für elliptische Randwertprobleme
- FEM für parabolische Probleme
- Finite Volumen und DG Verfahren für hyperbolische Erhaltungsgleichungen

- Fehlerabschätzungen, Adaptivität
- Krylovraum Methoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme
- Vorkonditionierung und Mehrgitterverfahren

Prüfungsleistung:

- Klausur oder mündliche Prüfung
- erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Prüfungsvorbereitung

Hauptmodul: Optimierung II

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul im Gebiet Optimierung

Lernziele: Die Vorlesung beschäftigt sich mit mathematischen Methode zur Lösung von restringierten nichtlinearen Optimierungsproblemen.

Kompetenzen: Die Studierenden kennen mathematische Methoden der restringierten nichtlinearen Optimierung, können diese auf entsprechende Optimierungsprobleme anwenden und dazu passende Algorithmen programmieren.

Optimierung II

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	erstes Semester Master	Jährlich (Wintersemester)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Numerische Mathematik (Bachelorstudium), Optimierung I (Bachelorstudium), Programmierkenntnisse in Python

Lehrinhalte:
- Optimalitätsbedingungen für restringierte Optimierung
- Lineare Programmierung und Innere-Punkte-Verfahren
- Quadratische Programmierung
- Penalty- und augmontierte Lagrange-Verfahren
- Newtonartige Verfahren
- SQP-Verfahren

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Asymptotik nichtlinearer Wellen

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
3	1 Semester	2	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:

- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Partiellen Differentialgleichungen in einer speziellen Richtung
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet im Bereich Partielle Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden

- verfügen über vertiefte Kenntnisse der Feinheiten des Langzeitverhaltens nichtlinearer Wellen in parabolischen und hyperbolisch-parabolischen Systemen,
- können Methoden aus der Theorie der evolutionären partiellen Differentialgleichungen anwenden,
- erkennen, wie erst das Zusammenwirken verschiedener Darstellungen und Techniken genaue Aussagen zum Langzeitverhalten ermöglicht.

Asymptotik nichtlinearer Wellen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	Vorlesung 2 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Theorie partieller Differentialgleichungen II

Lehrinhalte:

- Es werden (nichtlineare) Wellengleichungen und Schrödingergleichungen und die zeitliche Asymptotik ihrer Lösungen in verschiedenen Geometrien untersucht.

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 90 h

- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Dynamische Systeme I

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:
- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Analysis
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet in Analysis

Kompetenzen: Die Studierenden
- durchdringen grundlegende Begriffe, Aussagen und Methoden der Theorie der Dynamischen Systeme,
- können die Kenntnisse auf wichtige nichtlineare Systeme anwenden,
- erkennen die Bedeutung der Thematik für außermathematische Fragen.

Dynamische Systeme I

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	ab dem 1. Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Analysis I-III und Funktionalanalysis (Bachelorstudium)

Lehrinhalte:
- Invariante Mannigfaltigkeiten
- Stabilität von Ruhelagen und periodischen Orbits

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Dynamische Systeme II

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Bereich Analysis und Numerik

Lernziele:
- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Analysis
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet in Analysis

Kompetenzen: Die Studierenden
- durchdringen grundlegende Begriffe, Aussagen und Methoden der Theorie der Dynamischen Systeme,
- können die Kenntnisse auf wichtige nichtlineare Systeme anwenden,
- erkennen die Bedeutung der Thematik für außermathematische Fragen.

Dynamische Systeme II

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Dynamische Systeme I

Lehrinhalte: Variierend, z.B.
- Spektrale Stabilität nichtlinearer Wellen

  oder
- geometrische singuläre Störungstheorie

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Modellreduktion mit Proper Orthogonal Decomposition

Credits	**Dauer**	**SWS**	**Einordnung**
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:

- Das Hauptziel der Vorlesung ist die Einführung in das Gebiet der Modellreduktion am Beispiel von Proper Orthogonal Decomposition (POD). Dabei spielt neben den theoretischen Grundlagen auch die numerische Umsetzung der Verfahren am Rechner eine wichtige Rolle.

Kompetenzen: Die Studierenden

- können exemplarische Anwendugen der Modellreduktion benennen,
- sind in der Lage, die POD-Methode klar darzustellen, sowie eine geeignete Topologie für die Berechnung der POD-Basis wählen,
- können beurteilen, ob die POD-Modellreduktion für eine vorgelegte Anfangswertaufgabe geeignet ist oder nicht,
- sind in der Lage, eine POD-Basis numerisch effizient zu bestimmen,
- können ein vorgelegtes Anfangswertproblem in ein reduziertes Problem überführen und das reduzierte Modell am Rechner lösen,
- sind in der Lage, verschiedene Varianten der POD-Methode (zum Beispiel hinsichtlich der Wahl der Snapshots, der Topologie) beurteilen und die auf eine vorgelegte Aufgabenstellung passende Methode auswählen.

Modellreduktion mit Proper Orthogonal Decomposition

Credits	**Lehrform**	**Empfohlenes Semester**	**Häufigkeit**	**Sprache**
4,5	– Vorlesung 2 SWS – Übung 1 SWS	ab dem ersten Semester Master	alle 2-3 Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Basismodule Analysis, Lineare Algebra und Praktische Mathematik, Ergänzungsmodul Optimierung

Lehrinhalte:

- Einführung in Proper Orthogonal Decomposition (POD)
- Anwendung als Modellreduktion
- Analyse von reduzierten Modellen

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Nichtlineare Cauchyprobleme

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
3	1 Semester	2	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:

- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Partiellen Differentialgleichungen in einer speziellen Richtung
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet im Bereich Partielle Differentialgleichungen
- Voraussetzung: Kenntnisse in Partiellen Differentialgleichungen, z.B. im Umfang der Veranstaltung Partielle Differentialgleichungen II

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen und verstehen Methoden zur Gewinnung globaler Lsungen bei nichtlinearen Anfangswertaufgaben partieller Differentialgleichungen,
- verstehen die Besonderheiten, welche bei verschiedenen Systemen aus der mathematischen Physik auftreten,
- wenden Sätze aus der Funktionalanalysis und der Theorie partieller Differentialgleichungen auf konkrete Cauchyprobleme an.

Nichtlineare Cauchyprobleme

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	Vorlesung 2 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Partielle Differentialgleichungen II

Lehrinhalte:

- Anhand nichtlinearer Wellengleichungen wird eine Methode zur Behandlung allgemeiner nichtlinearer Cauchyprobleme vorgestellt, die auf verschiedene Modelle der mathematischen Physik angewandt wird.

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 90 h

- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Numerik stochastischer Differentialgleichungen

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:

- Grundlegende Punktmaßapproximationen von gängigen Wahrscheinlichkeitsmaßen in hohen Dimensionen.
- Algorithmen zur approximativen Lösung stochastischer Differentialgleichungen und grafische Darstellung von Lösungen in sinnvoller Weise.

Kompetenzen: Die Studierenden

- können die Grundideen bei der Diskretisierung von stochastischen Differentialgleichungen benennen und verfügen über Wissen zu Konvergenzeigenschaften der Methoden,
- sind in der Lage, abstrakte wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle für algorithmische Zwecke in konkrete Modelle zu übertragen und diese in Form von Programmen umzusetzen,
- können die Vor-und Nachteile verschiedener Maßapproximationen erklären,
- sind in der Lage, die Entwicklung unterschiedlicher Approximationsalgorithmen nachzuvollziehen und mathematische Begründungen für Eigenschaften der Methoden anzugeben,
- können selbstgeschriebene Algorithmen anhand von Spezialfällen mit bekannten Lösungen analysieren sowie mögliche Programmierfehler erkennen und beseitigen.
- können die Qualität von Berechnungen mit Pseudozufallszahlbasierten Algorithmen beurteilen und die Auswirkung unterschiedlich guter Maßapproximationen auf das Endergebnis abschätzen.

Numerik stochastischer Differentialgleichungen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	ab dem ersten Semester Master	jährlich (Wintersemester)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Analysis I-III, Lineare Algebra I, Numerische Mathematik I

Lehrinhalte:

- Theorie und Theorie und Numerik stochastischer Differentialgleichungen
- Differenzenverfahren für Black-Scholes und Wärmeleitungsgleichung
- Realisierung der Verfahren am Rechner

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 120 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Numerische Verfahren der restringierten Optimierung

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsgebiet Analysis und Numerik

Lernziele:

- Das Hauptziel der Vorlesung ist die Untersuchung von Algorithmen für restringierte Optimierungsverfahren. Dabei spielt neben den theoretischen Grundlagen auch die numerische Umsetzung der Verfahren am Rechner eine wichtige Rolle.

Kompetenzen: Die Studierenden

- können Optimalitätsbedingungen für Optimierungsaufgaben mit Nebenbedingungen darstellen, sowie anhand von Optimalitäts-bedingungen numerische Verfahren der restringierten Optimierung auseinanderhalten,
- sind in der Lage, speziell SQP- und Innere-Punkte-Verfahren am Rechner zu implementieren,
- können geeignete Globalisierungsstrategien (Trust-Region- oder Liniensuch-Methoden) auswählen,
- sind in der Lage, theoretische Konvergenzeigenschaften anhand numerischer Beispiele zu verifizieren,
- können numerische Resultate darstellen und im Rahmen der gestellten Optimierungsaufgabe interpretieren.

Numerische Verfahren der restringierten Optimierung

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	– Vorlesung 2 SWS – Übung 1 SWS	ab dem ersten Semester Master	alle 2-3 Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Optimierung II

Lehrinhalte:

- global konvergente Abstiegsverfahren
- Newtonartige Verfahren
- SQP-Verfahren

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung

- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Optimierung III

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	4	Spezialisierungsmodul im Bereich Optimierung

Lernziele: Aufbauend auf Grundkenntnissen zur mathematische Optimierung führ die Lehrveranstaltung in verschiedene weitere Gebiete der Optimierung ein, die in anschließenden Spezialveranstaltungen vertieft werden können.

Kompetenzen: Die Studierenden kennen fortgeschrittene Methoden der mathematischen Methoden, können diese auf entsprechende Problemstellungen anwenden und Algorithmen zur praktischen Umsetzung programmieren.

Optimierung III

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	1.-3. Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (bei Bedarf)

Empfohlene Vorkenntnisse: Numerische Mathematik (Bachelorstudium), Optimierung I (Bachelorstudium), idealerweise Optimierung II, Programmierkenntnisse in Python (oder ähnlich)

Lehrinhalte: In der Vorlesung wird in folgende Themen eingeführt:
- Endlichdimensionale optimale Steuerung
- Modellreduktion mittels Proper Orthogonal Decomposition
- Mehrzieloptimierung
- Linear-quadratische Optimalsteuerung
- Stochastisches Gradientenverfahren

Prüfungsleistung: Mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Optimale Steuerung elliptischer DGL

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:
- Das Hauptziel der Vorlesung ist die Einführung in das Gebiet der optimalen Steuerung partieller Differentialgleichungen. Dies wird am Beispiel von elliptischen Gleichungen illustriert. Dabei werden als Themen die Existenz optimaler Steuerungen und der Herleitung von Optimalitätsbedingungen behandelt. Metaziel: Es wird eine Vorgangsweise vermittelt, mit der sich viel allgemeinere Optimalsteuerprobleme behandeln lassen.

Kompetenzen: Die Studierenden
- können motivierende Anwendungsbeispiele angeben sowie Existenz- und Eindeutigkeitsresultate für (nicht-)lineare elliptische Differentialgleichungen benennen,
- sind in der Lage, Optimalsteuerprobleme für (nicht-)lineare elliptische Differentialgleichungen mit Hilfe der Theorie unendlichdimensionaler Optimierung zu untersuchen,
- können Optimalitätsbedingungen herleiten,
- sind in der Lage, Beispielprobleme zu nennen und die gefundenen theoretischen Resultate daran zu erläutern,
- können numerische Algorithmen zur Lösung der Optimalsteuerprobleme angeben und am Rechner umsetzen.

Optimale Steuerung elliptischer Differentialgleichungen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	ab dem ersten Semester Master	alle 2-3 Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Optimierung II, Partielle Differentialgleichungen II

Lehrinhalte:
- Grundkonzepte im endlichdimensionalen Fall
- linear-quadratische elliptische Probleme
- nichtlineare elliptische Probleme
- Optimalitätsbedingungen

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung

- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Optimale Steuerung parabolischer DGL

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:

- Das Hauptziel der Vorlesung ist die Behandlung von Optimalsteuerproblemen für parabolische Differentialgleichungen. Dabei werden als Themen die Existenz optimaler Steuerungen und der Herleitung von Optimalitätsbedingungen behandelt. Metaziel: Es wird eine Vorgangsweise vermittelt, mit der sich viel allgemeinere Optimalsteuerprobleme behandeln lassen.

Kompetenzen: Die Studierenden

- können motivierende Anwendungsbeispiele angeben, sowie Existenz- und Eindeutigkeitsresultate für (nicht-)lineare parabolische Differentialgleichungen benennen,
- sind in der Lage, Optimalsteuerprobleme für (nicht-)lineare parabolische Differentialgleichungen mit Hilfe der Theorie unendlichdimensionaler Optimierung zu untersuchen,
- können Optimalitätsbedingungen, insbesondere die adjungierte Gleichung, herleiten,
- sind in der Lage, Beispielprobleme zu nennen und die gefundenen theoretischen Resultate daran zu erläutern,
- können numerische Algorithmen zur Lösung der Optimalsteuerprobleme angeben und am Rechner umsetzen.

Optimale Steuerung parabolischer Differentialgleichungen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	ab dem zweiten Semester Master	alle 2-3 Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodule Optimierung II, Partielle Differentialgleichungen II und Spezialisierungsmodul Optimale Steuerung elliptischer Differentialgleichungen

Lehrinhalte:

- linear-quadratische parabolische Probleme
- nichtlineare parabolische Probleme
- Optimalitätsbedingungen erster und zweiter Ordnung

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung

- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Optimierungsverfahren in Banachräumen

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsbereich Analysis und Numerik

Lernziele:

- Das Hauptziel der Vorlesung ist die Untersuchung von Algorithmen für unendlichdimensionale Optimierungsprobleme und deren Anwendung bei Optimalsteuerproblemen für partielle Differentialgleichungen. Dabei spielt neben den theoretischen Grundlagen auch die numerische Umsetzung der Verfahren am Rechner eine wichtige Rolle.

Kompetenzen: Die Studierenden

- können unendlichdimensionale Optimierungsprobleme formulieren und analysieren,
- sind in der Lage, die Existenz optimaler Lösungen zu zeigen.
- können notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen herleiten,
- sind in der Lage, die theoretischen Resultate auf Optimalsteuerprobleme für partielle Differentialgleichungen anzuwenden,
- können Optimierungsverfahren für unendlichdimensionale Optimierungsprobleme benennen, sowie Optimierungsalgorithmen am Rechner umsetzen,
- sind in der Lage, theoretische Konvergenzresultate an numerischen Beispielen zu verifizieren und numerische Ergebnisse hinsichtlich der gestellten Optimierungsaufgabe sinnvoll zu erläutern.

Optimierungsverfahren in Banachräumen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	– Vorlesung 2 SWS – Übung 1 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Wintersemester (alle 2-3 Jahre)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Optimierung II

Lehrinhalte:

- global konvergente Abstiegsverfahren
- Newtonartige Verfahren
- SQP-Verfahren

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung

- Übungsaufgaben
- Programmierübungen
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Parabolische Randwertprobleme

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
3	1 Semester	2	Spezialisierungsmodul im Gebiet Analysis und Numerik

Lernziele:
- Vertiefung vorhandener Kenntnisse in partiellen Differentialgleichungen in einer speziellen Richtung
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet im Bereich Partielle Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden
- können parabolische und parameter-elliptische Randwertprobleme identifizieren und sind in der Lage, zentrale Lösungsansätze wie z.B. Fourier- und Laplace-Transformation zu beschreiben,
- können daraus einen Lösungsansatz enwickeln und diesen auf konkrete Gleichungen der mathematischen Physik anwenden,
- sind in der Lage, unter Verwendung des Satzes von Mikhlin aus dem zuvor entwickelten Lösungsansatz a priori-Abschätzungen zu folgern,
- können die erarbeiteten elliptischen Konzepte auf parabolische Randwertprobleme übertragen und die damit erzielten Regularitäts-ergebnisse mit anderen Ansätzen, wie z.B. dem schwachen Lösungsbegriff, zu vergleichen.

Parabolische Randwertprobleme

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	Vorlesung 2 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Partielle Differentialgleichungen II

Lehrinhalte: Es werden parabolische und parameter-elliptische Randwertprobleme und zugehörige Lösungsmethoden diskutiert. Auf Grundlage der Fourier- und Laplace-Transformation werden explizite Lösungsformeln entwickelt. Weitere Themen sind Shapiro-Lopatinskii-Bedingung, der Satz von Mikhlin, a priori-Abschätzungen und maximale Regularität.

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 90 h
- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Pseudodifferentialoperatoren

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
3	1 Semester	2	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:

- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Partiellen Differentialgleichungen in einer speziellen Richtung
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet im Bereich Partielle Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen das Konzept und die Anwendungen von Pseudodifferentialoperatoren,
- erkennen Zusammenhänge zu Differentialoperatoren und zur Fouriertransformation,
- können den Kalkül der Pseudodifferentialoperatoren anwenden und weiterentwickeln und damit die Lösbarkeit partieller Differentialgleichungen analysieren,
- sind in der Lage, unter Verwendung der Parametrix Lösungsansätze für partielle Differentialgleichungen zu konstruieren,
- können das Konzept der Pseudodifferentialoperatoren im Vergleich mit anderen Methoden der partiellen Differentialgleichungen bewerten.

Pseudodifferentialoperatoren

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	Vorlesung 2 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Partielle Differentialgleichungen II

Lehrinhalte: Es werden Pseudodifferentialoperatoren und ihre Anwendung auf partielle Differentialgleichungen diskutiert. Pseudodifferentialoperatoren sind Verallgemeinerungen von Differentialoperatoren, welche mit Hilfe der Fourier-Transformation definiert werden. Inhalte sind unter anderem Komposition, Algebra-Eigenschaft, Symbolklassen, Parametrix und Normabschätzungen.

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 90 h

- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Stabilität und Spektrum

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
3	1 Semester	2	Spezialisierungsmodul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:
- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Analysis
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet in Analysis

Kompetenzen: Die Studierenden
- durchdringen Begriffe und Aussagen der Spektraltheorie und der Stabilitätstheorie,
- können Methoden der Spektraltheorie auf Stabilitätsfragen anwenden,
- erkennen den Zusammenhang zwischen der Theorie und ihrer Anwendung.

Stabilität und Spektrum

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	Vorlesung 2 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Gesamtangebot in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Kenntnisse im Umfang der Vorlesungen Analysis I-III, Funktionalanalysis (Bachelorstudium)

Lehrinhalte:
- Spektrum und Stabilität nichtlinearer Wellen in evolutionären Systemen

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 90 h
- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Thermoelastische Systeme

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
3	1 Semester	2	Spezialisierungs-modul im Vertiefungsmodul Analysis und Numerik

Lernziele:
- Vertiefung der vorher erworbenen Kenntnisse in Partiellen Differentialgleichungen in einer speziellen Richtung
- Grundlage für eine Prüfung als Spezialgebiet im Bereich Partielle Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden
- kennen und verstehen gekoppelte Systeme partieller Differentialgleichungen vom thermoelastischen Typ,
- verstehen die Besonderheiten, welche durch die Kopplung verschiedener Typen entstehen,
- wenden Sätze aus der Funktionalanalysis und der Theorie partieller Differentialgleichungen auf konkrete gekoppelte Systeme an.

Thermoelastische Systeme

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
3	Vorlesung 2 SWS	ab dem zweiten Semester Master	Je nach Bedarf in der Analysis	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Partielle Differentialgleichungen II

Lehrinhalte: Verschiedene Modelle Partieller Differentialgleichungen für Systeme, die eine Kopplung der Elastizitätsgleichungen mit der parabolisch oder auch hyperbolisch angesetzten Wärmeleitungsgleichung werden analysiert und insbesondere hinsichtlich der zeitlichen Dynamik verglichen.

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 90 h
- Präsenzstudium in Vorlesung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Prüfungsvorbereitung

3 Reelle Geometrie und Algebra

Hauptmodul: Reelle algebraische Geometrie I

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul im Gebiet “Reelle Geometrie und Algebra”

Lernziele: Die Studierenden sollen in zentrale Gebiete der reellen algebraischen Geometrie eingeführt werden. Methoden dieses Gebiets haben in den letzten Jahrzehnten einen großen Zuwachs an Bedeutung für Theorie und praktische Anwendungen gefunden.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen die grundlegenden Eigenschaften der angeordneten Körper,
- verstehen die konzeptuellen und algorithmischen Aspekte des Satzes von Tarski-Seidenberg und dessen Folgerungen und können diesen zentralen Satz auf die Untersuchung der Eigenschaften der semialgebraischen Mengen und Varietäten anwenden,
- sind in der Lage, die körpertheoretischen Hintergründe der Artin-Schreier-Theorie zu untersuchen und die Rolle dieser Theorie für die reell abgeschlossenen Körper zu analysieren,
- können mit Hilfe der algebraischen Eigenschaften semialgebraischer Mengen deren geometrische Eigenschaften herleiten,
- sind in der Lage, mathematisch fundiert zwischen archimedischen und archimedischen reell abgeschlossenen Körpern zu unterscheiden.

Reelle algebraische Geometrie I

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Erstes Semester Master	Wintersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Fortgeschrittene Algebra-Kenntnisse wie sie in den Modulen der Vertiefungsrichtung Geometrie und Algebra aus dem Bachelorstudium vermitteln werden.

Lehrinhalte: Angeordnete Körper und reeller Abschluß, Tarski-Seidenberg Elimination, Satz von Artin-Lang, reelles Spektrum, Zusammenhang mit semialgebraischen Mengen, semialgebraische Geometrie

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Hauptmodul: Reelle algebraische Geometrie II

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul im Bereich “Reelle Geometrie und Algebra”

Lernziele: Die Kenntnisse in reeller algebraischer Geometrie sollen aufbauend auf dem ersten Teil vertieft werden und die Hörer an ausgewählte Ergebnisse der aktuellen Forschung herangeführt werden. Das Modul soll die Hörer darauf vorbereiten, selbständig an aktuellen Fragen der reellen algebraischen Geometrie zu arbeiten.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen die grundlegenden Eigenschaften der positiven Polynome und Summen von Quadraten,
- verstehen die konzeptuellen Eigenschaften des Satzes von Hilbert und Artin-Schreier und dessen Folgerungen und können diesen zentralen Satz auf die Untersuchung der Eigenschaften der semialgebraischen Mengen und Varietäten anwenden,
- sind in der Lage, die funktionalanalytischen Hintergründe zu analysieren,
- können mit Hilfe der algebraischen Eigenschaften semialgebraischer Mengen die topologischen Eigenschaften der quadratischen Präordnung herleiten,
- sind in der Lage, mathematisch fundiert zwischen endlich erzeugten und nicht endlich erzeugten Präordnungen zu unterscheiden.

Reelle algebraische Geometrie II

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Zweites Semester Master	Sommersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Reelle algebraische Geometrie I

Lehrinhalte: Positive Polynome und Quadratsummen, Archimedizität, Darstellungssatz, Diskussion von ausgewählten Anwendungen

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Hauptmodul: Modelltheorie

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul in Vertiefungsrichtung "Reelle Geometrie und Algebra" oder Wahlmodul

Lernziele:

- Die Studierenden sollen in zentrale Gebiete der Modelltheorie eingeführt und an ausgewählte Ergebnisse der aktuellen Forschung herangeführt werden. Methoden dieses Gebiets haben in den letzten Jahrzehnten einen großen Zuwachs an Bedeutung und Anwendungen in Algebra, Analysis und Geometrie gefunden. Das Modul soll die Hörer darauf vorbereiten, selbständig an aktuellen Fragen der Modelltheorie algebraischer Strukturen zu arbeiten.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen grundlegende abstrakte Strukturen und Modelle,
- verstehen die Theorien, die Quantoren Elimination erlauben,
- wenden abstrakte Sätze und Methoden der Modelltheorie auf konkrete mathematische Probleme an,
- sind in der Lage, algebraische Sachverhalte mit abstrakten modell-theoretischen Methoden zu analysieren,
- können die Hauptaussagen der Modelltheorie selbständig beweisen und sind in der Lage, die Richtigkeit einer Aussage mit einem Beweis zu rechtfertigen oder mit Gegenbeispielen zu widerlegen.

Modelltheorie

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	erstes Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Algebra I (Bachelorstudium), Kenntnisse in Axiomatischer Mengenlehre

Lehrinhalte:

- Grundbegriffe der Aussagenlogik, Sprachen, Strukturen, Modelle und Theorien,
- Vollständigkeit und Kompaktheit Sätze, Sätze von Loewenheim – Skolem,
- Modellvollständigkeit und Quantoren Elimination, elementare Erweiterungen,
- Ultrafilter und Ultraprodukte, Homomorphismen und Isomorphismen, Kategorizität,
- Anwendungen für einige mathematische Theorien (Ordnungen, Gruppentheorie, Körpertheorie, Zahlentheorie, Mengenlehre)

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Hauptmodul: Bewertungstheorie

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul in Vertiefungsrichtung “Reelle Geometrie und Algebra” oder Wahlmodul

Lernziele: Die Studierenden werden in zentrale Gebiete der Bewertungstheorie eingeführt und an ausgewählte Ergebnisse der aktuellen Forschung herangeführt. Methoden dieses Gebiets haben in den letzten Jahrzehnten einen großen Zuwachs an Bedeutung und Anwendungen in Algebra, Analysis und Geometrie gefunden. Das Modul soll darauf vorbereiten, selbständig an aktuellen Fragen der Bewertungstheorie und der Modelltheoretischen Algebra zu arbeiten.

Kompetenzen: Die Studierenden
- kennen Hahn-Gruppen sowie -Körper und verstehen die Theorien der Henselschen Körper,
- wenden abstrakte Sätze und Methoden der Bewertungstheorie auf konkrete mathematische Probleme an,
- sind in der Lage, geometrische Sachverhalte mit abstrakten bewertungstheoretischen Methoden zu analysieren,
- können die Hauptaussagen der Bewertungstheorie selbständig beweisen und sind in der Lage, die Richtigkeit einer Aussage mit einem Beweis zu rechtfertigen oder mit Gegenbeispielen zu widerlegen.

Bewertungstheorie

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	zweites Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Algebra I (Bachelorstudium). Kenntnisse in Mengenlehre und Modelltheorie werden empfohlen.

Lehrinhalte: Grundlagen der Kommutativen Algebra, Stellen und Bewertungsringe, angeordnete abelsche Gruppen, Bewertungen, Rank einer Bewertung, Erweiterungen,die Fundamentale Ungleichung, Henselsche Bewertungen, definierbare Bewertungen, Modelltheorie bewerteter Körper.

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Positive Polynome und Optimierung

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul im Bereich „Reelle Geometrie und Algebra“

Lernziele: Die Studierenden

- sollen verstehen, wie man polynomiale Optimierungsprobleme auf natürliche Weise zu einem Primal-Dual-Paar von semidefiniten Optimierungsproblemen relaxiert,
- kennen Resultate über Konvergenz und Exaktheit der Relaxierungen sowie deren Zusammenhang zu Resultaten über Quadratsummendarstellungen positiver Polynome,
- sollen die Wirksamkeit der Relaxierungsmethode an konkreten Beispielen testen.

Kompetenzen:

- Die Studierenden sollen über die relativ neuen Zusammenhänge zwischen polynomialen Optimierungsproblemen und Reeller Algebraischer Geometrie aufgeklärt werden.
- Sie sollen lernen, mit Hilfe von Reeller Algebra nichtlineare Optimierungsprobleme exakt oder annähernd in Semidefinite Optimierungsprobleme zu übersetzen.
- Das erworbene Wissen kann in einer Abschlussarbeit oder im späteren Beruf angewandt werden.

Positive Polynome und Optimierung

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	3. Semester Master	unregelmäßig (in der Regel Wintersemester)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Reelle Algebraische Geometrie I/II

Lehrinhalte: Semidefinite Optimierung (SDP), Dualität in SDP, Gram-Matrix-Methode, polynomiale Optimierungsprobleme, Lasserre-Relaxierungen, Quadratsummendarstellungen (mit Gradschranken), (trunkiertes) Momentenproblem, Spektraeder und semidefinite Darstellungen

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenz in der Vorlesung
- Präsenz in der Übung
- Lösen der Übungsblätter
- Prüfungsvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Quadratische Formen

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul in der Vertiefungsrichtung „Reelle Geometrie und Algebra“ oder Wahlmodul

Lernziele:

- Die Hörer sollen in die Grundlagen der Theorie der quadratischen Formen eingeführt werden. Es handelt sich um ein forschungsintensives zentrales Gebiet der Algebra mit zentralen Verbindungen zur reellen algebraischen Geometrie.
- Daher ist es eine wichtige Ergänzung des Hauptmoduls „Reelle algebraische Geometrie“, kann aber auch von Studierenden anderer Spezialisierungsrichtungen mit Gewinn gehört werden.

Kompetenzen:

- Die Studierenden verfügen über grundlegendes Wissen im Bereich der Theorie der quadratischen Formen und sind in der Lage, dieses beispielsweise auf Probleme im Bereich verschiedener Körperinvarianten, insbesondere im Zusammenhang mit Quadratsummen, anzuwenden.

Quadratische Formen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	Master, beliebiges Semester	alle 2-3 Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Algebra I (Bachelorstudium)

Lehrinhalte: Grundlagen, Wittring, Invarianten, Signaturen, Pfisters Lokal-global Prinzip, Körpererweiterungen, Pfisterformen, Stufe, Pythagoraszahl

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenz in der Vorlesung
- Präsenz in der Übung
- Lösen der Übungsblätter
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Torische Varietäten

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Spezialisierungsmodul in der Vertiefungsrichtung „Reelle Geometrie und Algebra“ oder Wahlmodul

Lernziele:

- Einführung in die Grundlagen der torischen Varietäten. Das Gebiet ist ein besonders explizites Spezialgebiet der algebraischen Geometrie, und hat andererseits sehr enge Verbindungen zur diskreten polyedrischen Geometrie, die ihrerseits in vielen Anwendungen der reellen algebraischen Geometrie eine wichtige Rolle spielt. Damit ist dieses Modul eine gute Ergänzung des Hauptmoduls „Reelle algebraische Geometrie“, in dem die Studierenden an forschungsnahe Techniken herangeführt werden sollen.

Kompetenzen: Die Studenten

- kennen die theoretischen Grundlagen der torischen Varietäten und erkennen Zusammenhänge zum Bereich der diskreten und kombinatorischen Geometrie,
- sind in der Lage, die erarbeiteten Konzepte auf verschiedene Kompaktifizierungen von Tori anzuwenden.

Torische Varietäten

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	Master, 3. oder 4. Semester	alle 3-4 Jahre	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Algebra I-II und Algorithmische algebraische Geometrie (Bachelorstudium)

Lehrinhalte: Affine torische Varietäten, projektive und allgemeine torische Varietäten, Fächer, Orbit-Kegel Korrespondenz, torische Morphismen. Weitere Themen wie zB Weil- und Cartierdivisoren auf torischen Varietäten, Quotientenkonstruktionen, torische Singularitäten und ihre Auflösung. Dazu je nach Vorkenntnissen der Teilnehmer: Ergänzungen zur algebraischen Geometrie, Grundlagen über algebraische Tori, Grundlagen zu konvexen Kegeln bzw. Polytopen und ihren Seiten

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenz in der Vorlesung
- Präsenz in der Übung
- Lösen der Übungsblätter
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Darstellungstheorie und Invariantentheorie endlicher Grup

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	2 Semester	6	Spezialisierungsmodul in der Vertiefungsrichtung „Reelle Geometrie und Algebra“ oder Wahlmodul

Moduleinheiten:
- Darstellungstheorie endlicher Gruppen
- Invariantentheorie endlicher Gruppen

Berechnung der Modulnote: Klausur oder mündliche Prüfung

Lernziele:
- Die Studierenden sollen die Grundzüge der gewöhnlichen Darstellungs- und Invariantentheorie endlicher Gruppen und einige ihrer wichtigsten Anwendungen kennen lernen. Sie sollen die Fähigkeit erlangen, Symmetrien in mathematischen Problemen zu erkennen und das notwendige theoretische Rüstzeug erlernen, diese Symmetrien auszunutzen. Die Vorlesung ist unabhängig vom Modul „Reelle Algebraische Geometrie“, stellt aber Wissen bereit, um die dort erlernten Techniken eventuell speziell auf Probleme mit viel Symmetrie anzupassen.

Kompetenzen:
- kennen abstrakte algebraische Strukturen wie Gruppen, die zur Beschreibung von Symmetrien dienen können,
- verstehen, wie eine Gruppe linear auf einem Vektorraum wirken kann und sind in der Lage darzustellen, was diese Wirkungen über die Gruppe aussagen,
- können strukturelle theoretische Einsichten über Symmetrien anwenden, um symmetrische Objekte zu beschreiben,
- analysieren Prozesse, die ein Objekt in sich selber transformieren,
- sind in der Lage, Objekte anhand ihrer Invarianten zu kategorisieren,
- können mathematisch fundiert einschätzen, inwiefern Symmetrien in einer Problemstellung weiterhelfen.

Moduleinheit Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	Drittes Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Algebra I (Bachelorstudium)

Lehrinhalte: Lineare Darstellungen von Gruppen, Sätze von Wedderburn und Maschke, invariante Unterräume und vollständige Reduzibilität, Schur-Orthogonalität, Zerlegung der Gruppenalgebra, Fouriertransformation einer endlichen Gruppe, Zerlegung einer Darstellung, Charaktertafel, zentrale Charaktere, Berechnung der Charaktertafel aus den Strukturkonstanten

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenz in der Vorlesung
- Präsenz in der Übung
- Lösen der Übungsblätter
- Klausurvorbereitung

Moduleinheit Invariantentheorie endlicher Gruppen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	Viertes Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Algebra I (Bachelorstudium)

Lehrinhalte: Noethersche Gradschranke, Zerlegung in isotypische Komponenten und Moduln von Kovarianten, Moduln über dem Invariantenring, graduierte Algebren und graduierte Moduln, reguläre Parametersysteme, Poincaré- und Molien-Reihen, Reziprozität für Invarianten von zyklischen Gruppen, Semiinvarianten endlicher Spiegelungsgruppen, Cohen-Macaulay-Eigenschaft des Invariantenrings

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenz in der Vorlesung
- Präsenz in der Übung
- Lösen der Übungsblätter
- Klausurvorbereitung

4 Differentialgeometrie und Topologie

Hauptmodul: Differentialgeometrie III

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul im Gebiet “Analysis und Numerik” oder “Differentialgeometrie”

Lernziele:
- Beschreibung abstrakter Mannigfaltigkeiten und grundlegende Strukturen wie Tangential- und Tensorbündel.
- Umgang mit dem zugehörigen Tensorkalkül.
- Abstrakte Krümmungsbegriffe
- Koordinateninvariante Definitionen

Kompetenzen: Die Studierenden
- können abstrakte Mannigfaltigkeiten beschreiben und beherrschen das nötige Kalkül, um Analysis auf ihnen zu betreiben.
- beherrschen Definitionen in Koordinaten, invariante Definitionen, Indexnotation sowie abstrakte Notation für Tensoren auf Mannigfaltigkeiten.
- können Zusammenhänge zwischen eingebetteten und abstrakten Mannigfaltigkeiten herstellen.

Differentialgeometrie III

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Ab dem 1. Semester Master	gelegentlich (anschließend an Diff.geometrie II)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Differentialgeometrie I/II (Bachelorstudium)

Lehrinhalte: Geodätische auf Untermannigfaltigkeiten, Mannigfaltigkeiten, Tensoranalysis, Tangentialbündel, Vektorfelder, Zusammenhänge, Krümmung, Geodätische auf abstrakten Mannigfaltigkeiten.

Prüfungsleistung:
- Klausur oder mündliche Prüfung
- erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

Arbeitsaufwand: 270 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Hauptmodul: Klassische Lösungen partieller Differentialgleichungen

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul in Vertiefungsrichtung “Analysis und Numerik” oder Wahlmodul

Lernziele:
- Vertiefte Kenntnisse über klassische Lösungen partieller Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden
- erkennen partielle Differentialgleichungen, die glatt lösbar sind.
- verstehen Bedingungen an Daten, die a priori-Abschätzungen erlauben,
- können die erlernte Regularitätstheorie auf geometrisch oder physikalisch motivierte Probleme anwenden und sind in der Lage, die maximal mögliche Regularität zu bestimmen,
- können gegebene Gleichungen durch Approximation so modifizieren, dass klassische Lösungen existieren,
- sind in der Lage, aus a priori-Abschätzungen auf Existenzresultate zu schließen.

Klassische Lösungen partieller Differentialgleichungen

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Zweites Semester Master	unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Theorie partieller Differentialgleichungen (Bachelorstudium)

Lehrinhalte:
- Grundsätzlich: Untersuchung klassischer Lösungen elliptischer und parabolischer partieller Differentialgleichungen
- Exemplarisch: Schaudertheorie, Krylov-Safonov Abschätzungen, Monge-Ampère-Gleichungen, De Giorgi-Nash-Moser Theorem

Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung

Arbeitsaufwand: 270 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Geometrische Analysis

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Spezialisierungsmodul im Gebiet “Analysis und Numerik” oder “Differentialgeometrie”

Lernziele: Übergeordnetes Ziel ist die Untersuchung von Krümmungsflüssen und Mannigfaltigkeiten vorgeschriebener Krümmung mit Hilfe partieller Differentialgleichungen

Kompetenzen: Die Studierenden

- können geometrische Flussgleichungen definieren sowie intrinsische und extrinsische Flüsse und Größen einander gegenüberstellen,
- sind in der Lage, den Formalismus zur Berechnung von Evolutionsgleichungen gegebener Größen anzuwenden,
- können darauf aufbauend analysieren, ob Eigenschaften wie Konvexität oder positive Schnittkrümmung unter einer Flussgleichung erhalten bleiben,
- sind in der Lage, zu erklären, wie Reaktions- und Diffusionsanteile einer Gleichung das geometrische Verhalten beeinflussen,
- können argumentieren, welche Flussgleichungen geeignet sind, um geometrische Aussagen zu zeigen.

Geometrische Analysis

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	Ab dem zweiten Semester	unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Kenntnisse in Differentialgeometrie und partiellen Differentialgleichungen

Lehrinhalte:

- Übergeordnete Ziele: mathematische analytische Beschreibung von Mannigfaltigkeiten
- Ziele: Untersuchung der partiellen Differentialgleichungen, die Mannigfaltigkeiten beschreiben, deren Krümmung vorgeschrieben ist oder deren Bewegung krümmungsabhängig ist
- Exemplarisch: Evolutionsgleichungen wie (graphischer) mittlerer Krümmungsfluss, Gaußkrümmungsfluss, Riccifluss, Minimalflächen, Hyperflächen vorgeschriebener Krümmung, Monge-Ampère-Gleichungen

Prüfungsleistung:

- in der Regel mündliche Prüfung
- erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

5 Stochastik

Hauptmodul: Mathematische Statistik II

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Haupt- oder Spezialisierungsmodul im Bereich "Stochastik"

Lernziele: Die Studierenden sind in der Lage, das asymptotische Verhalten statistisch relevanter stochastischer Prozesse zu untersuchen. Die Studierenden können die Güte statistischer Verfahren beurteilen, sowie Fragen im Hinblick auf die Entwicklung optimaler Verfahren eigenständig analysieren und mit den Methoden der mathematischen Statistik beantworten.

Kompetenzen: Die Studierenden

- Können einen geeigneten Rahmen festlegen, um die Konvergenz der Verteilungen von stochastischen Prozessen zu untersuchen,
- Können geeignete Kriterien anwenden, um die Konvergenz (der Verteilung) stochastischer Prozesse nachzuweisen,
- Kennen das asymptotische Verhalten einiger wichtiger empirischer Prozesse,
- Sind in der Lage, verschiedene Maßstäbe zur Beurteilung einer Entscheidungsregel gegenüber zu stellen,
- Können die Güte statistischer Verfahren kategorisieren, evaluieren und kontrastieren,
- Sind in der Lage, Fragen im Hinblick auf die Entwicklung optimaler Verfahren eigenständig zu untersuchen und mit den Methoden der mathematischen Statistik zu beantworten.

Mathematische Statistik II

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	1. oder 3. Semester Master	Wintersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Mathematische Statistik I (Bachelorstudium)

Lehrinhalte: Konvergenz von Wahrscheinlichkeitsmaßen, Transformationen, schwache Konvergenz in C, der Raum D, Metrisierung von D, schwache Konvergenz in D, Kriterien für Straffheit, empirische Prozesse, Satz von Donsker, Brownsche Brücke, Entscheidungsprobleme, Konsistenz, Unverfälschtheit (Unbiasedness), Minimax- und Bayes-Prinzip, Zulässigkeit (Admissibility), Suffizienz, minimale Suffizienz, Vollständigkeit, Faktorisierungssatz, exponentielle Familien, MVUE-Schätzer, Rao-Blackwell-Theorem, Fisher-Information, Cramer- Rao-Schranke, Effizienz, asymptotische Effizienz, Supereffizienz, Stein-Schätzer, Jackknife, MLE, MDE und M-Schätzer und deren asymptotische Verteilung, Robustheite

Prüfungsleistung:

- Klausur oder mündliche Prüfung

- erfolgreiches Absolvieren der Übungsbaufgaben

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenz in Vorlesungen und Übungen
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Bearbeiten von Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Hauptmodul: Stochastische Analysis

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Hauptmodul im Bereich “Stochastik”

Moduleinheiten:
- Stochastische Analysis
- Ausgewählte Kapitel der stochastischen Analysis

Die beiden Moduleinheiten werden in der ersten bzw. zweiten Hälfte der Vorlesungszeit gelesen und sind aufeinander aufbauend.

Berechnung der Modulnote: In der Regel zwei Prüfungen.

Lernziele: Die Vorlesung gibt eine Einführung in die Stochastische Analysis. Die Studierenden lernen wie mittels stochastischer Integration und stochastischen Differentialgleichungen neue stochastische Prozesse gewonnen werden können. Zudem erkennen sie die Wichtigkeit dieser Konstruktion für die Modellierung realer Phänomene, insbesondere in der Finanzmathematik.

Kompetenzen: Die Studierenden
- können stochastische Integrale konstruieren und sind in der Lage, die gelernten Konzepte auf die Modellbildung mittels stochastischer Differentialgleichungen zu transferieren
- beherrschen die mathematischen Grundlagen für die Analyse von stochastischen Finanzmarktmodellen

Moduleinheit Stochastische Analysis

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	1. oder 3. Semester Master	jährlich (Wintersemester)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Aufbaumodul Stochastik, Moduleinheit Stochastische Prozesse

Lehrinhalte:
- Stochastische Integrationstheorie: Itô-Formel, Quadratische Variation
- Stochastische Differentialgleichungen
- Maßwechsel und der Satz von Girsanov
- Martingal-Repräsentationssatz

Prüfungsleistung:
- Klausur oder mündliche Prüfung
- erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

Arbeitsaufwand: 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)
- Vor- und Nachbereitung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Moduleinheit Ausgewählte Kapitel der Stochastischen Analysis

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 1 SWS	1. oder 3. Semester Master	jährlich (Wintersemester)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Aufbaumodul Stochastik, Moduleinheit Stochastische Prozesse

Lehrinhalte: Mögliche Lehrinhalte sind
- Pfadweise Integrationstheorie
- Fraktionelle Brownsche Bewegung
- Lösungskonzepte für stochastische Differentialgleichungen
- Langzeitverhalten von stochastischen Differentialgleichungen
- Stochastische Rückwärtsdifferentialgleichungen

Prüfungsleistung:
- Klausur oder mündliche Prüfung
- erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

Arbeitsaufwand: 135 h
- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)
- Vor- und Nachbereitung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Bayesstatistik

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
6	1 Semester	4	Spezialisierungsmodul in der Vertiefungsrichtung “Stochastik”

Lernziele: Die Studierenden können Bayes-Modelle beschreiben und Situationen benennen, die in natürlicher Weise zu Bayes-Modellen führen. Sie können sich mit Fragen der Wahl von a-priori-Verteilungen auseinandersetzen und kennen wichtige Inferenztechniken. Sie kennen Robustheitskonzepte und, in einem spezifischen Modellrahmen, das asymptotische Verhalten von a-posteriori Schätzungen. Sie kennen rechnerische Ansätze für Inferenz in Bayes-Modellen.

Kompetenzen: Die Studierenden
- können Bayes-Risiken und Bayes-Regeln bestimmen,
- können einige wichtige Eigenschaften austauschbarer Familien angeben,
- sind in der Lage, Motivationen zur Wahl bestimmter a-priori-Verteilungen anzugeben,
- können Inferenz-Techniken in Bayes-Modellen angeben,
- beschreiben lokale und globale Sensitivitätsmaße für a-posteriori-Verteilungen,
- kennen Verbindungen zwischen frequentischen und Bayes-Modellen beim asymptotischen Verhalten und können diese herstellen,
- können rechnerische bzw. Simulationsverfahren bei der Bayes-Inferenz in Ansatz bringen

Bayesstatistik

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
6	- Vorlesung 2 SWS - Übung 2 SWS	2. Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch

Empfohlene Vorkenntnisse: Mathematische Statistik II

Lehrinhalte: Bayes-Modelle, Bayes-Risiken und –Regeln, Entscheidungstheorie, austauschbare Prozesse, Satz von de Finetti, konjugierte Klassen, nicht-informative a-priori Verteilungen, Bayessche Punkt- und Intervallschätzung sowie Tests, Konsistenz, Satz von Bernstein/v. Mises, Markov Chain Monte Carlo Verfahren

Prüfungsleistung: Schriftliche Klausur

Arbeitsaufwand: 180 h
- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Finanzmathematik

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Haupt- oder Spezialisierungsmodul im Bereich "Stochastik"

Lernziele: Diese Veranstaltung stellt die Grundmodelle eines Finanzmarktes vor. Die mathematische Beschreibung erfolgt auf Grundlage der Stochastischen Analysis. Klassische Ergebnisse wie das Black-Scholes Modell werden in einer zeitgemäßen mathematisch exakten Form hergeleitet. Neue Ergebnisse zu Arbitrage-Theorie, zum Portfoliomanagement, zum Hedging in unvollständigen Märkten, zu Zinsmodellen und Risikomaßen werden vorgestellt.

Kompetenzen: Die Studierenden

- können stochastische Prozesse zur Modellierung von Finanzmärkten anwenden und Konzepte wie Arbitrage oder unvollständige Märkte im Rahmen der mathematischen Modellierung identifizieren,
- sind in der Lage, zentrale Konzepte wie Numéraire oder Martingalmaße auf die Portfoliooptimierung anzuwenden,
- sind in der Lage, zu bewerten, unter welchen Bedingungen verschiedene Ansätze zur Behandlung von Portfoliomanagement oder Hedgingproblemen geeignet sind.

Finanzmathematik

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	2. oder 4. Semester Master	Sommersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul Stochastische Analysis

Lehrinhalte: Allgemeines Marktmodell, Selbstfinanzierende Strategien, Numéraire, Martingalmaße, Arbitrage, Vollständige Märkte, Portfolieoptimierung, Zinsmodelle, Risikomaße

Prüfungsleistung:

- Klausur oder mündliche Prüfung
- erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenz in Vorlesungen und Übungen
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Bearbeiten von Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Spezialisierungsmodul: Zeitreihenanalyse

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
9	1 Semester	6	Haupt- oder Spezialisierungsmodul im Bereich “Stochastik und Statistik”

Lernziele: Es wird eine systematische Einführung in die Zeitreihenanalyse mit Schwerpunkt auf dem Verständnis der mathematischen Grundlagen und deren Implikationen für die Datenanalyse gegeben. Die spektrale Darstellung von stationärer Prozesse führt zu einer eleganten Theorie im Hilbert-Raum quadratisch integrierbarer Variablen. Parametrische und nichtparametrische statistische Inferenz und Vorhersage werden im Zeit- und Frequenzbereich diskutiert. Die praktische Anwendung der Methoden wird wird anhand von Datenbeispielen illustriert.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen fundamentale wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen der Zeitreihenanalyse
- kennen Stationaritätskonzepte, Ansätze zur Saison- und Trendbereinigung und die grundle- gende Theorie der stochastischen Integration,
- sind in der Lage, die Spektraltheorie anzuwenden und mit Hilfe von Spektralverteilung und Spektraldarstellung Eigenschaften von Zeitreihen zu analysieren,
- können die erarbeiteten Konzepte bei der Schätzung im Spektralbereich kombinieren,
- sind in der Lage, verschiedene Schätzer für Trend-Terme zu beurteilen und zu entscheiden, ob eine stationäre Zeitreihe vorliegt,
- kennen die Theorie grundlegender linearer Modelle, einschliesslich long-memory Varianten (ARIMA, FARIMA),
- kennen ausgewählte nichtlinearer Modelle (SV).

Zeitreihenanalyse

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
9	- Vorlesung 4 SWS - Übung 2 SWS	2. oder 4. Semester Master	Sommersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Grundlagen in Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, wie sie zum Beispiel im gleichnamigen Modul aus dem Bachelorstudium vermittelt werden.

Lehrinhalte:

- fundamentale wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen der Zeitreihenanalyse
- schwache und starke Stationarität
- Ergodizität
- Birkhoff’s Ergodensatz
- Wold-Zerlegung

- Autokovarianzfunktion, Spektralverteilung und Spektraldichte
- Spektraldarstellung uni- und multivariater schwach stationärer Prozesse, stochastische Integration
- ARMA-Prozesse, FARIMA-Prozesse
- Generalized Autoregressive Processes
- Vorhersage
- parametrische und nichtparametrische Schätzverfahren, Asymptotik
- Modellidentifikation

Prüfungsleistung: Abschlussklausur, Übungsleistungen können in die Abschlussnote eingehen

Arbeitsaufwand: 270 h

- Präsenz in Vorlesungen und Übungen
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Bearbeiten von Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Wahlmodul: Lineare Modelle

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
6	1 Semester	4	Spezialisierungsmodul in der Vertiefungsrichtung “Stochastik”

Lernziele: Es werden lineare und verallgemeinerte lineare Modelle untersucht und die jeweiligen Modellannahmen interpretiert. Weiter wird in Verfahren zum Schätzen von bzw. zum Testen auf Modellparameter eingeführt und das asymptotische Verhalten von Schätzern untersucht.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen klassische Normalregressionsmodelle,
- können MLE-Schätzungen in Normalregressionsmodellen durchführen und kennen die Verteilungstheorie der resultierenden Schätzer,
- können im Normalregressionsmodell lineare Hypothesen formulieren und testen,
- kennen verallgemeinerte lineare Modelle (GLMs) und einen Ansatz für MLE-Schätzungen in diesen Modellen,
- kennen das Problem der Überdispersion und mögliche Abhilfen,
- kennen das asymptotische Verhalten von MLEs und asymptotische Tests.

Lineare Modelle

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
6	- Vorlesung 2 SWS - Übung 2 SWS	1. oder 3. Semester Master	Unregelmäßig	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodule Stochastik und Mathematische Statistik II

Lehrinhalte: Lineare Normalregressionsmodelle, MLEs und deren Verteilungstheorie, Asymptotik im Normalregressionsmodell, Satz von Gauß-Markov, Sum-of-Squares-Zerlegungen, MLEs unter linearen Restriktionen, Tests für lineare Hypothesen, verallgemeinerte lineare Modelle (GLMs), MLE in GLMs, Fisher Scoring Methode, asymptotische Tests linearer Hypothesen in GLMs, Modellwahl, Devianz, Überdispersion

Prüfungsleistung: Schriftliche Klausur

Arbeitsaufwand: 150 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Wahlmodul: Multivariate Statistik

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
6	1 Semester	4	Wahlmodul im Bereich "Stochastik"

Lernziele: Wird bei einem Zufallsexperiment mehr als ein Merkmal beobachtet bewegt sich der Experimentator bereits in einer „multivariaten Welt“. Die Teilnehmer lernen wesentliche Techniken der (normalverteilten) multivariaten Statistik kennen und anwenden. Sie können für die wichtigsten Größen Schätzer und Tests herleiten und mittels Regressionsanalyse lineare Zusammenhänge untersuchen.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen die wichtigsten Eigenschaften der multivariaten Normalverteilung und eine multivariate Form des zentralen Grenzwertsatzes,
- verstehen den Ansatz des Maximum-Likelihood-Konzepts und können dieses auf die Herleitung von Schätz- und ausgewählten Teststatistiken anwenden,
- können damit grundlegende varianzanalytische Fragestellungen untersuchen und sind in der Lage, die erarbeiteten Schätz- und Testkonzepte auf die multivariate Regressionsanalyse zu beziehen,
- können die gelernten Techniken auf weitere Fragestellungen übertragen, wie z. B. die Schätzung partieller Kovarianzen.

Multivariate Statistik

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
6	- Vorlesung 2 SWS - Übung 2 SWS	2. Semester Master	Sommersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul: Stochastik

Lehrinhalte: Die Veranstaltung führt in die Statistik der multivariaten (p-dimensionalen) Normalverteilung ein. Nach einigen wesentlichen Eigenschaften dieser Verteilung werden Verfahren zur Schätzung der wichtigsten Funktionen der Parameter der Verteilung besprochen. Mit diesen Grundlagen sollen dann in Anwendungen häufig auftauchenden Themengebiete wie z. B. Varianzanalyse, multivariate Regressionsanalyse oder Hauptkomponentenanalyse behandelt werden.

Prüfungsleistung: Abschlussklausur

Arbeitsaufwand: 180 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung

- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

Wahlmodul: Versicherungsmathematik

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
5	1 Semester	4	Wahlmodul in der Vertiefungsrichtung "Stochastik"

Lernziele: Die Versicherungsmathematik rührt an eine elementare Frage im Umgang mit zufälligen Ereignissen: Kann man zufällige Schäden (Versicherungsschäden) gegen mehr oder minder deterministische Zahlungen (Prämien) „austauschen"? Wenn ja, wie? Die Teilnehmer lernen grundlegende Fragestellungen und Techniken der Lebens- und Schadensversicherungsmathematik kennen. Sie können für gegebene Daten wesentliche Größen wie Nettoprämien oder Ruinwahrscheinlichkeiten (approximativ) zu berechnen oder abzuschätzen.

Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen die wichtigsten Regeln zur Bewertung deterministischer Zahlungsströme und können diese auf die Prämien- und Leistungszahlungen typischer Lebensversicherungen anwenden,
- können mit Hilfe der durch Sterbetafeln gegebenen Wahrscheinlichkeiten die erlernten Bewertungsverfahren zur Bestimmung von Nettoprämien und Nettodeckungskapital kombinieren,
- kennen und verstehen das kollektive Modell mit Erneuerungsprozess als grundlegendes Modell der Sachversicherungsmathematik,
- kennen die wichtigsten asymptotischen Eigenschaften des Gesamtschadensprozesses und einfache Methoden zur Bestimmung der Gesamtschadensverteilung,
- kennen die wichtigsten Aussagen der Ruintheorie, die sich um die Lundberg-Ungleichung gruppieren, und können diese auf die Bewertung verschiedener Schadensmodelle mit zugehörigen Prämienmodellen übertragen,
- erfassen die wesentlichen Aspekte der Großschadensproblematik,
- kennen Bayes-Schätzer und lineare Bayes-Schätzer für Erwartungswerte und sind in der Lage, die Anwendbarkeit des linearen Schätzers auf bestimmte Heterogenitätsmodelle zu rechtfertigen.

Versicherungsmathematik

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
5	- Vorlesung 2 SWS - Übung 2 SWS	1. Semester Master	Wintersemester (jährlich)	Deutsch oder Englisch (falls gewünscht)

Empfohlene Vorkenntnisse: Hauptmodul: Stochastik

Lehrinhalte: Die Vorlesung gibt eine Einführung in die Gebiete der Lebens- und Sachversicherungsmathematik. In der Lebensversicherungsmathematik werden zunächst Grundlagen der Finanzmathematik besprochen, dann auf Grundlage von Lebensdauerverteilungen Nettoprämien für verschiedene

Kapital- und Rentenversicherungen hergeleitet und das Deckungskapital bestimmt. In der Sachversicherungsmathematik werden Modelle und Methoden zur Beschreibung der Gesamtschadensverteilung eingeführt und einige Aspekte der Gesamtschadensverteilung besprochen. Im weiteren wird die Ruin-Wahrscheinlichkeit eines Portfolios untersucht und es werden Prämienprinzipien diskutiert. Ergänzend wird das Experience Rating angesprochen.

Prüfungsleistung: Schriftliche Klausur

Arbeitsaufwand: 150 h

- Präsenzstudium in Vorlesung und Übung
- Selbststudium
- Vor- und Nachbereitung der Vorlesung
- Übungsaufgaben
- Klausurvorbereitung

6 Allgemeiner Teil

Fachseminar

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
4,5	1 Semester	2	Pflicht Master Mathematik

Lernziele: Eigenständige wissenschaftliche Einarbeitung in ein anspruchsvolles wissenschaftliches Spezialthema zum Beispiel durch Literaturrecherche in englischsprachiger Literatur

Kompetenzen:
- Beherrschung grundlegender Techniken der Arbeitsorganisation
- Fähigkeit zur freien Rede und anschaulicher Darstellung
- Fähigkeit zur Formulierung angemessener fachlicher Fragen
- Sicherheit im Umgang mit fachlichen Fragen
- Bereitschaft und Fähigkeit zur konstruktiven Kritik an einem Vortrag

Fachseminar

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
4,5	2 SWS	2. oder 3. Semester Master	mindestens jährlich	Deutsch oder Englisch

Empfohlene Vorkenntnisse: Mindestens ein Hauptmodul und vertiefte Kenntnisse aus dem Umfeld des jeweiligen Themas

Lehrinhalte:
- Studierende erhalten ein anspruchsvolles fachliches Thema oder eine fortgeschrittene Projektaufgabe zur eigenständigen Einarbeitung nach Literaturempfehlung.
- Zu jedem Thema wird eine Präsentation von 45–75 Minuten Dauer vorbereitet und im Plenum vorgeführt.
- Über die Präsentationsinhalte und über die Präsentation selbst wird im Plenum diskutiert.
- Eventuell wird eine Ausarbeitung zu jeder Präsentation mit einem wissenschaftlichen Textsatzsystem (meist LaTeX) angefertigt und im Plenum verteilt.

Prüfungsleistung: Mündlicher Vortrag, Präsenz, aktive Teilnahme und evtl. schriftliche Ausarbeitung

Arbeitsaufwand: 135 h
- Anwesenheit in den Seminarterminen
- Selbstständige Erarbeitung des gegebenen Themas
- Erstellung eines Vortrags
- ggf. Anfertigung einer Ausarbeitung

Die Masterarbeit soll zeigen, dass die Studierenden in der Lage sind, innerhalb einer vorgegebenen Frist ein forschungsorientiertes mathematisches Thema zu bearbeiten und die Ergebnisse in verständlicher Form darzustellen.

Master-Arbeit

Credits	Dauer	SWS	Einordnung
30	6 Monate	persönliche Betreuung	Pflicht Master Mathematik

Lernziele: Forschungsorientiertes mathematisches Arbeiten

Kompetenzen:

- Beherrschung grundlegender Techniken der Arbeitsorganisation
- Fähigkeit zur freien Rede und anschaulicher Darstellung
- Fähigkeit zur Formulierung angemessener fachlicher Fragen
- Sicherheit im Umgang mit fachlichen Fragen
- Bereitschaft und Fähigkeit zur konstruktiven Kritik an einem Vortrag

Master-Arbeit

Credits	Lehrform	Empfohlenes Semester	Häufigkeit	Sprache
30	persönliche Betreuung	4. Semester Master	jährlich	Deutsch oder Englisch

Empfohlene Vorkenntnisse: Zwei Hauptmodule, auf denen die Masterarbeit aufbaut und weitere vertiefende Kenntnisse

Lehrinhalte: Aufbauend auf Kenntnissen aus einem oder mehreren Modulen des Masterstudiengangs wird ein forschungsorientiertes Thema zwischen der/dem Studierenden und dem Betreuer vereinbart. Eine geeignete Auswahl der bei der Bearbeitung anzuwendender wissenschaftlichen Methoden wird dabei gemeinsam getroffen.

Prüfungsleistung:

- Masterarbeit
- Präsentation

Arbeitsaufwand: 900 Stunden Selbststudium